Induction | Chapitre 2 | TD (I2)

Exercice n°1 • Forces de Laplace entre deux fils parallèles *cours*

Deux fils parallèles immobiles et distants de $2a_0$ sont parcourus par le même courant i. On donne le champ magnétique créé par un fil infini en un point M quelconque de l'espace (en coordonnées cylindriques) :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\,\vec{u_\theta}$$

1) Tracer l'allure des lignes de champs créé par l'un des deux fils.

2) Pour que la force soit attractive, les courants doivent-ils être dans le même sens ou en sens inverse ? En déduire l'allure des lignes de champs de l'association des deux fils.

Dans la suite, on néglige la force d'attraction gravitationnelle entre les fils et on introduit λ, la masse linéique d'un fil.

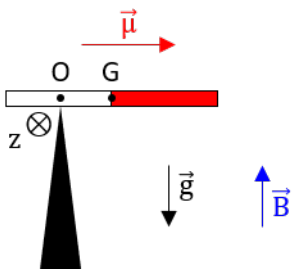
3) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $a(t)$, la demi-distance séparant les fils.

4) Bonus : Déterminer l'expression du temps T nécessaire pour que les deux fils se rencontrent.

Exercice n°2 • Équilibre d'un aimant ★☆☆

Un aimant très fin, de moment magnétique $\vec{\mu}$ et de masse m, repose en équilibre au sommet O d'une pointe. Il est soumis à un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ et à la gravité.

Déterminer la distance $d = OG$ pour que l'aimant reste en équilibre.



Exercice n°3 • Rails de Laplace en pente ★☆☆

On prend un dispositif de rails de Laplace (cas du cours). Au lieu d'être horizontaux, ils font un angle α avec l'horizontale. Le champ magnétique est constant et uniforme, vertical, dirigé vers le haut.

Données : $B = 150$ mT, $m = 8,0$ g, $a = 5,0$ cm (masse et longueur de la tige), $\alpha = 30\,°$.

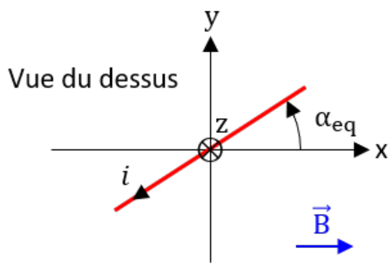
1) Faire un schéma du montage en précisant le sens du courant (avec $i > 0$) pour que la force permette au barreau mobile de monter le long des rails.

2) Déterminer l'intensité du courant qui permet l'équilibre de la tige.

Exercice n°4 • Fil de torsion ★★☆

On considère une spire plate carrée, de côté $a = 10$ cm et comportant $N = 100$ spires. Cette spire est suspendue par le milieu d'un de ses côtés à un fil de torsion d'axe (Oz) qui exerce un couple $\Gamma_x = -C\alpha$, où $C = 0,05$ N·m·rad^{-1} est une constante et α est l'angle entre l'axe (Ox) et la spire.

Il règne un champ magnétique $\vec{B} = B\,\vec{u_x}$ uniforme, de norme $B = 0,1$ T. On établit à $t = 0$ un courant d'intensité $i = 0,3$ A constante dans la spire. La spire se met alors en mouvement puis finit par s'immobiliser, faisant un angle α_{eq} avec l'axe (Ox).



1) Déterminer la position d'équilibre avant l'établissement du courant.

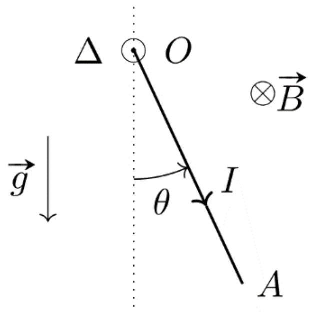
2) Déterminer l'équation dont est solution α_{eq} est solution.

On introduit le paramètre : $K = \dfrac{C}{Nia^2B}$

3) Déterminer graphiquement les solutions possibles pour α_{eq} (on distinguera différentes valeurs de K). Quand est-il dans notre cas avec les applications numériques fournies?

Exercice n°5 • Oscillation d'une tige ★★★

Une tige conductrice OA, homogène, de masse $m = 100$ g et de longueur $\ell = 10$ cm, est mobile en rotation autour d'un axe horizontal Δ, passant par son extrémité O. Un dispositif non représenté sur la figure permet de faire circuler un courant stationnaire d'intensité $I = 1$ A dans la tige qui est de plus soumise à l'action d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ de norme $0,1$ T, parallèle à Δ.



On négligera les frottements de l'air. On note $\theta(t)$ l'angle entre la verticale et la direction de la tige. On note G le centre de masse de la tige situé en son milieu.

1) Quelles sont les trois actions mécaniques s'exerçant sur la tige ?

2) Déterminer l'expression des moment du poids et de la force de Laplace par rapport à l'axe Δ.

3) Déterminer l'expression de θ_{eq} lorsque la tige est à l'équilibre. Faire l'application numérique.

4) On note J_Δ le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe Δ. Montrer que l'angle $\theta(t)$ vérifie l'équation différentielle :

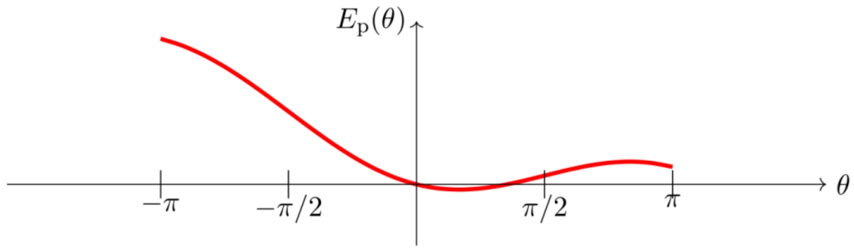
$$\ddot{\theta} + \frac{mg\ell}{2J_\Delta}\sin(\theta) = \frac{I\ell^2 B}{2J_\Delta}$$

5) En supposant que le mouvement est de faible amplitude ($\theta \ll 1$ rad), déterminer la période d'oscillation.

6) Montrer que :

$$\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2 - \frac{I\ell^2 B}{2}\,\theta - \frac{mg\ell}{2}\cos(\theta) = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_0^2 - \frac{I\ell^2 B}{2}\,\theta_0 - \frac{mg\ell}{2}\cos(\theta_0)$$

7) On trace ci-dessous l'énergie potentielle de la tige en fonction de l'angle θ. À une constante près, et en utilisant l'intégrale première du mouvement, que vaut cette énergie potentielle ?



8) Où se trouvent les points d'équilibres et leur stabilité

Éléments de correction

❶ 2) Même sens. 3) $\lambda\,\ddot{a} = -\dfrac{\mu_0 i^2}{4\pi a}$. 4) $T = \dfrac{a_0}{i}\sqrt{\dfrac{2\pi\lambda}{\mu_0}}\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{\ln(1/x)}}$. ❷ $d = \dfrac{\mu B}{mg}$. ❸ 2) $i = \dfrac{mg}{aB}\tan(\alpha) = 6,0$ A. ❹ 1) $\alpha = 0$. 2) $\cos(\alpha_{eq} = K\cdot\alpha_{eq})$. 3) Tracer $f(x) = Kx$, $g(x) = \cos(x)$ et faire varier K. ❺ 1) Poids, Laplace et liaison pivot. 2) $\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{P}\right) = -\dfrac{mg\ell}{2}\sin(\theta)$ et $\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{F_L}\right) = \dfrac{I\ell^2 B}{2}$. 3) $\sin(\theta_{eq}) = \dfrac{I\ell B}{mg}$ et $\theta_{eq} = 0,58$ °. 4) TMC. 5) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2J_\Delta}{mg\ell}}$. 6) Intégrale première du mouvement. 7) $\mathcal{E}_p = -\dfrac{I\ell^2 B}{2}\,\theta - \dfrac{mg\ell}{2}\cos(\theta)$. 8) Minimum $=$ équilibre stable. Maximum $=$ équilibre instable.